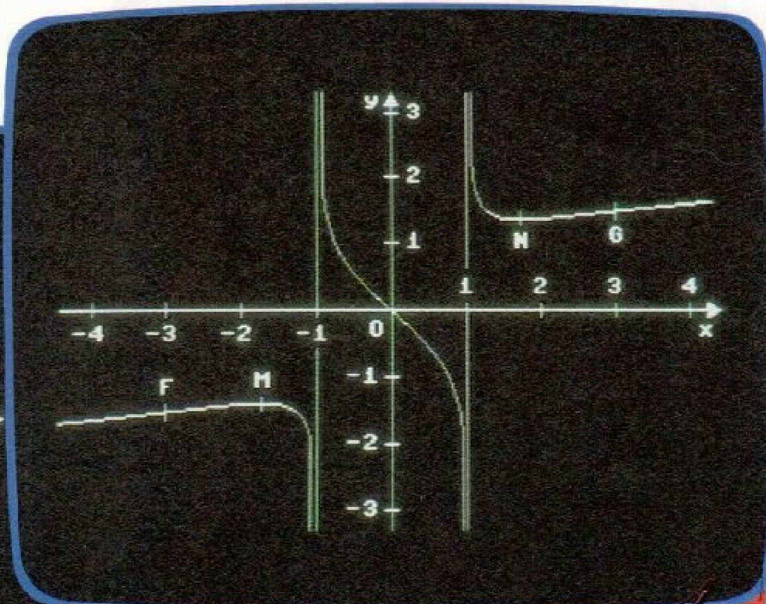
Sped. in Abb. Postale Gr. III/70%

Tutto COMMODORE

Anno II - Numero 27 - Ottobre 1989 - L.13.000

Matematica

IMPARA LA MATEMATICA CON IL C 64





TUTORIAL

Risoluzione automatica di problemi

ESERCIZI

Problemi svolti e test sul calcolo integrale

Gruppo Editoriale JCE

Responsabile Editoriale Area Informatica
Marinella Zetti

Direttore responsabile
Paolo Romani

Redazione
Fernando Zanini

Responsabile grafico Desktop Publishing
Adelio Barcella

Impaginazione elettronica
Denise De Matteis

Segretaria di redazione
Alessandra Marini

Collaboratori
Giorgio Caironi, Paolo Gussoni

TuttoCOMMODORE
Rivista mensile, una copia L. 13.000, numeri arretrati il prezzo di copertina. Pubblicazione mensile registrata presso il Tribunale di Monza n. 677 del 28/11/88.

Fotolito: Bassoli - Milano. ***Stampa:*** GEMM Grafica srl, Paderno Dugnano (MI). ***Diffusione:*** Concessionario esclusivo per l'Italia A.&G. Marco SpA, via Fortezza 27 - 20126 Milano. Spedizione in abb. post. gruppo III/70.

Abbonamenti: Annuale L. 120.000

Gruppo Editoriale JCE

Gruppo Editoriale JCE srl
Sede legale, Direzione, Redazione, Amministrazione
Via Ferri 6 - 20092 Cinisello Balsamo (MI)
Tel. 02/660251 Telex 352376
JCE MIL I - Telefax 61.27.620

Direzione Amministrativa: Walter Buzzavo

Pubblicità e Marketing
Gruppo Editoriale JCE - Divisione Pubblicità
Via Ferri 6 - 20092 Cinisello Balsamo (MI)
Tel. 02/660251

Direttore Pubblicità : Giuseppe Tiani

Concessionario esclusivo per Roma, Lazio e centro-sud:
UNION MEDIA srl - Via C. Fracassini, 18
00198 Roma. Tel. 06/3215434 (13 linee R.A.)
Telex 630206 UNION I - Telefax 06/3215678

Abbonamenti:
Le richieste di informazioni sugli abbonamenti in corso si ricevono per telefono tutti i giorni lavorativi dalle ore 9 alle 12. Tel. 02/66025311 - 66025338

Spedizioni: Daniela Radicchi

I versamenti vanno indirizzati a: Gruppo Editoriale JCE, Via Ferri 6 - 20092 Cinisello B. (MI), mediante l'emissione di assegno circolare, cartolina vaglia o utilizzando il c.c.p. n. 351205. Per i cambi di indirizzo allegare alla comunicazione l'importo di L. 3.000, anche in francobolli, e indicare insieme al nuovo anche il vecchio indirizzo.

Associato al



Consorzio Stampa Specializzata Tecnica

Testata temporaneamente non soggetta a certificazione non essendo trascorsi 24 mesi dall'uscita del primo numero come stabilito dal Regolamento del C.S.S.T.

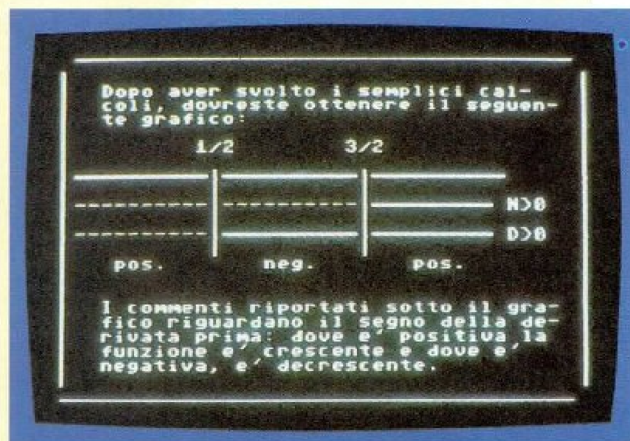


Mensile associato all'USPI Unione Stampa Periodica Italiana

Matematica



4 W la matematica



Istruzioni per il caricamento

Per caricare i programmi di questo *TuttoCommodore* accertatevi per prima cosa che il vostro C64 sia collegato correttamente e che il drive 1541 sia pronto. Se invece utilizzate un C128 ricordatevi di impostarlo nel modo 64. Digitate: **LOAD "*",8,1** seguito dalla pressione del tasto RETURN. Partirà in autostart il menù con i programmi di *TuttoCommodore*

Per caricare uno dei programmi dell'elenco è sufficiente selezionare il nome del programma desiderato per mezzo dei tasti del movimento cursore, e poi premere RETURN.

W la matematica!



I quattordici programmi che costituiscono questo numero di TuttoCommodore sfruttano al massimo le modeste potenzialità matematiche del C64 integrandole con le pregevoli funzioni grafiche del simon's Basic. Il risultato è un package completissimo e da non perdere per tutti gli appassionati

Lo scopo di questo numero di *TuttoCommodore*, che si rivolge agli studenti delle scuole superiori e dell'università, è quello di aiutare gli utenti del più diffuso home computer a portare avanti i propri studi e, soprattutto, a comprendere l'utilità dello studio informatizzato, cioè lo studio affiancato e validamente supportato dal calcolatore.

L'uso di questo numero di *TuttoCommodore* può risultare diffi-

coltoso per chi non avesse una cultura matematica medio alta, ma la fluidità e l'intuibilità del funzionamento dei programmi possono costituire l'elemento trascinante per chiunque ha attitudini matematiche e uno spontaneo interesse per questo genere di argomenti: dallo studente dei primi anni di liceo (o addirittura delle scuole medie), all'appassionato hobbista, al pensionato vinto dal fascino dell'era informatica.

Dopo esservi procurati un disco formattato e vuoto, lanciate il disco di *TuttoCommodore* con il consueto LOAD"*",8,1 e premete Return. Quando compare il menù del disco premete F1. Il programma si avvia con una illustrazione introduttiva. La schermata successiva, che si ottiene premendo un tasto, presenta l'indice generale degli argomenti trattati su questo numero.



Figura 1. L'illustrazione introduttiva si genera lentamente mediante una tecnica molto particolare

Geometria analitica

Le principali difficoltà dello studente che si accosta alla geometria analitica per la prima volta sono in genere di due tipi: una di carattere analitico e l'altra di carattere grafico. Ciò significa che è difficile risolvere i problemi in forma numerica, ma che è anche più complesso capire tutte le rappresentazioni di curve sul piano cartesiano. Pensando proprio a queste difficoltà è nato questo generoso programma, che si prefigge il duplice scopo di farvi apprendere tutte le basi della geometria analitica, e di fornirvi un concreto punto di appoggio in caso di difficoltà. Presentiamo pertanto due programmi: Risoluzione analitica e Risoluzione grafica

• Risoluzione analitica

Il primo programma affronta il problema numerico: una volta caricato si presenta un menù mediante il quale potete scegliere il vostro tipo di problema. Il criterio usato è quello di fornirvi una serie di problemi di base, mediante i quali potrete sia migliorare i vostri rudimenti sia risolvere problemi più complessi, senza affrontare alcun calcolo, ma soltanto pensando alla linea teorica da seguire. L'unico inconveniente è che i passaggi intermedi non vengono visualizzati ma viene riportato solo il risultato finale. Questo programma può anche essere utilizzato come verifica di calcoli già fatti quando non si è sicuri del risultato o quando non si trova l'errore.

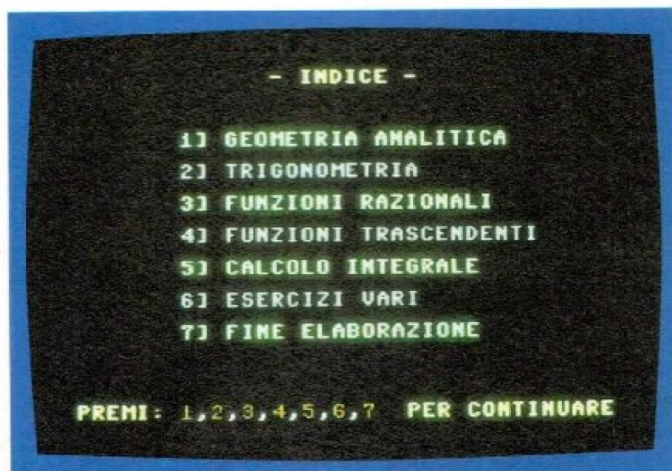


Figura 2. L'indice generale degli argomenti trattati su questo numero

In fase di lavoro prestate attenzione al testo del problema che volete far eseguire alla macchina, in modo da evitare errori o ambiguità. In particolare riveste particolare attenzione l'ordine di immissione dati indicato nel testo del problema: se, per esempio, bisogna costruire l'equazione di una parabola dati vertice e fuoco, occorre inserire prima i dati del vertice e poi le coordinate del fuoco, ma non viceversa.

• Risoluzione grafica

Il programma Risoluzione grafica, è ovviamente più complesso e più interessante, e perciò vedremo di spiegarlo in modo più approfondito. La prima delle opzioni a vostra disposizione riguarda l'introduzione delle equazioni delle curve: seguendo la traccia fornita dal programma, potrete selezionare il tipo di funzione che vi interessa e, successivamente, introdurre tutti i coefficienti.

Avrete sempre a disposizione due modi per trasmettere i parametri alla macchina: in forma canonica e in forma normale. La differenza sta nel fatto che, mentre in forma normale sono presenti tutti i coefficienti e l'equazione è eguale a zero, in forma canonica solo alcuni coefficienti sono presenti e l'equazione ha una struttura inconfondibile. In pratica voi userete solo quelle in forma canonica, le altre sono state inserite per una questione di completezza e per permettere di svolgere problemi anche a un livello più alto del liceo scientifico a cui questi programmi sono dedicati.

I coefficienti possono essere al massimo di cinque ci-

Tavola 1.

Funzioni del programma

F1 - lato AB
F2 - lato BC
F3 - lato AC
F4 - angolo BAC
F5 - angolo ACB
F6 - angolo ABC
F7 - inizia i calcoli
F8 - ritorno a menù

fre, compresi segno (se negativo) e punto decimale, e la correzione in fase di scrittura può essere operata mediante il tasto Delete. Se volete abbandonare la fase di introduzione senza portarla a termine, premete Return senza digitare alcun valore. L'opzione cancellazione funzioni serve per pulire la memoria di tutte le funzioni inserite, in quanto esse rimangono attive per tutta la durata del programma. Fate attenzione, perché vengono cancellate tutte le equazioni! Possono essere inserite fino a un massimo di 20 funzioni e una volta terminate le operazioni di input, si torna al menù.

Passando alla fase grafica, è possibile controllare che tutti i coefficienti inseriti siano corretti; fate attenzione, perché le curve sono espresse in forma normale. Siamo quindi sul piano cartesiano: premendo F1 otterrete il messaggio "digita il n< della curva" a cui dovrete rispondere con un numero che sarà quello dato dall'ordine di introduzione delle equazioni, cioè per la prima 1 curva, per la seconda 2 curva e così via. Alla pressione del tasto Return comparirà la scritta attendere prego!, e fino a quando essa sarà presente la macchina non accetterà altri comandi. Se vi accorgete di avere sbagliato scelta, cioè di aver premuto inavvertitamente F1 senza digitare alcun valore, premete Return e tornerete alla situazione precedente l'errore. Iterando il procedimento testè descritto, si possono disegnare tutte le curve inserite. Per variare i valori di fondo scala delle ascisse e ordinate si possono utilizzare i tasti F2 e F4 seguendo la traccia fornita in sede dal computer: un utile consiglio è quello di tenere presente che, poiché lo schermo non è quadrato ma è rettangolare, per ottenere una circonferenza dovete porre i valori limiti per gli assi in modo che x=1.6y.

Dato che sul grafico gli assi non sono graduati, per valutare numericamente un punto del disegno occorre premere F3. Comparirà un mirino che con i tasti Crsr (spostamenti fini) Z, Shiftz, X, Shiftx (spostamenti rapidi) potrete spostare sul piano fino a centrare il punto interessato. Premendo F5 compaiono ascissa e ordinata del punto mirato. Alla pressione del tasto F7 scompare il mirino, e con F6 potrete ottenere (vedi procedura di input) di cancellare dallo schermo una o più funzioni. Questo può essere utile per valutare il punto di intersezione tra due curve, in quanto sparendo lascia un buco nel disegno dell'altra, permettendo di evidenziare il punto esatto.

Per ottenere una maggiore precisione, basterà ingrandire l'area interessata in modo da ridurre l'eventuale approssimazione del grafico.

Premendo F8 si pulisce il piano cartesiano e si esce dal modo grafico. Una volta disegnato il grafico, con Ctrlp potete ottenere la stampa su carta. Infine potrebbe capitare di dare il comando di disegno e di non vedere nulla: ciò significa semplicemente che la funzione non è rappresentabile nella parte di piano visualizzata sullo schermo e quindi occorre cambiare i valori di fondo scala.

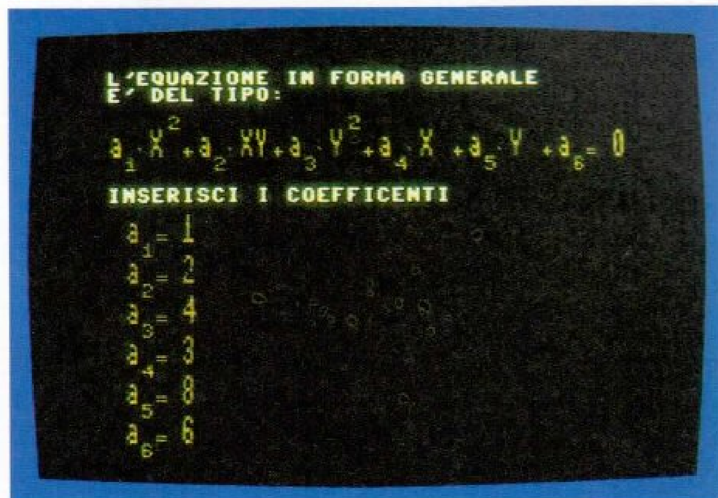


Figura 3. La struttura generale di questa schermata è caratteristica di questo package di programmi matematici

Trigonometria

La trigonometria è forse la materia che più di frequente si può incontrare nel lavoro ed è forse l'argomento che comporta il numero maggiore di formule e procedimenti fra tutti quelli studiati alle scuole superiori.

Infatti, mentre la geometria analitica è basata molto sulla logica e sul ragionamento, il calcolo differenziale sfrutta poche ma fondamentali leggi e il calcolo integrale offre molti spunti pratici e teorici con pochi teoremi, la trigonometria è invece formata da una miriade di formule più o meno complesse. Molto spesso si incontrano equazioni che si risolvono solo con un determinato metodo, altre in cui occorre applicare una data formula per poter poi utilizzare una certa metodologia, e così via.

Il risultato di ciò è che, dopo pochi anni dalla fine della scuola, nessuno o quasi si ricorda di Prostaferesi, di Werner, delle formule di bisezione, eccetera.

Questo semplice ma ricco programma si pone l'ardito compito di fornire un banco di lavoro adatto sia a un approfondimento scolastico della materia, sia a un sussidio superiore per la soluzione di alcuni principali problemi, senza obbligare l'utente a ricordarsi decine di formule

antipatiche. Per la misura degli angoli in trigonometria si utilizza il radiante (l'angolo sotteso a un arco di circonferenza di lunghezza pari al raggio), e occorre dunque familiarizzare con questa nuova unità di misura. Tutte le routine di questo programma vogliono angoli in radianti e forniscono come risultati angoli in radianti. Con la prima opzione tramite i tasti Crsr up e Crsr down potrete scegliere il tipo di conversione, digitate poi l'angolo nel formato richiesto (dovete inserire tutte le cifre richieste), e apparirà l'angolo e il suo valore nella nuova unità. Premete Return e tornerete al menù; se una volta entrati in questa routine volete uscirne senza lavorare, basterà premere subito Return senza digitare alcun valore.

Nell'inserimento degli angoli non è prevista la possibilità di correzione: fate quindi attenzione a non sbagliare! Un altro problema che affligge lo studente è lo studio del grafico delle relazioni tra gli angoli, cioè il seno, il coseno, la tangente e la cotangente. Con la seconda routine potrete scegliere la vostra curva e impostare tutti i parametri che volete, facendo attenzione al fatto che, qualunque sia il vostro set di valori, ciò che rimane è sempre una funzione periodica. Successivamente vedrete la rappresentazione della funzione tra -2 pigreco a +2 pigreco.

A grafico ultimato premendo F1 raddoppiate la frequenza, con F3 traslate la curva a sinistra di pi greco mezzi, mentre con F5 l'esponente della curva viene aumentato di una unità e con F7 potrete tornare al menù.

Occorre notare che tutte le funzioni sono cumulative, nel senso che le trasformazioni avvengono sull'ultima funzione ottenuta. Se lavorando vi accorgete di aver digitato un coefficiente errato, premendo Return, senza inserire alcun valore, in uno qualsiasi degli altri parametri otterrete di rientrare e al menù.

Con Ctrl+P potrete avere la stampa di ciò che vedete sul video. Con le opzioni sulla soluzione dei triangoli, vi verrà fornito un triangolo di dimensioni standard che vi rappresenta la situazione tipo in cui vi trovate.

Tramite i tasti cursore potete introdurre i valori degli angoli o dei lati noti per ottenere quelli sconosciuti. La **tavola 1** vi illustra le funzioni.

Nel caso dei triangoli rettangoli l'angolo ABC è già fornito (90°), quindi occorreranno un minimo di due elementi (di cui almeno un lato) per conoscere gli altri, mentre per gli obliquangoli occorrono un minimo di tre elementi (almeno un lato) per la soluzione. Gli angoli vanno inseriti in radianti: qualora inseriste più degli elementi minimi, la macchina eseguirà ugualmente il calcolo correggendo eventualmente gli elementi errati. Ogni situazione di errore vi verrà tempestivamente segnalata.

Per la soluzione delle equazioni, così come per le disequazioni, occorre tenere presente, nell'introduzione dati, che, per un corretto funzionamento del programma, è bene inserire intervalli che siano ampi al massimo quanto un periodo (e non di più!), e nel caso la funzione non sia periodica, fate attenzione che almeno essa sia continua in questo intervallo. Quando ciò non è stato rispettato, abbiamo notato che, alcune volte, per particolari funzioni, abbiamo perso l'intero programma in memoria e abbiamo dovuto ricaricarlo. Questo dipende da una complessa routine di controllo degli errori utilizzata che purtroppo (per problemi che dipendono dalla natura della macchina) una volta ogni tanto crea problemi. Si tratta di una percentuale di errore inferiore allo 0.01 per cento, ma è giusto, per completezza, che sappiate tutti i limiti di questo lavoro.

Una volta risolta l'equazione, vi verrà fornita la lista delle soluzioni e noterete che per alcuni valori al posto dell'ordinata ci saranno due trattini: questo significa che il valore trovato non appartiene al campo di esistenza e quindi ai fini delle equazioni non è utile. Tuttavia ci può anche essere un punto dove la curva cambia segno e allora è interessante per le disequazioni.

Nel caso abbiate scelto questa routine, dopo la lista delle soluzioni apparirà un grafico in cui sono poste in evidenza le zone dove la funzione è positiva e dove è negativa, dove il tratto è continuo l'equazione è positiva, e dove la linea è tratteggiata c'è una zona negativa. I numeri indicati sul grafico si riferiscono all'ordine di apparizione delle soluzioni (1 per la prima, 2 per la seconda, eccetera) considerando anche i punti di discontinuità (due trattini). Si noti che con questo procedimento si possono risolvere tutte le disequazioni: infatti se $A(x)>B(x)$ allora $A(x)-B(x)>0$, quindi introducete la $C(x)=A(x)-B(x)$ e considerate gli intervalli dove è positiva.

Funzioni razionali

Questo programma, sfruttando raffinate e originali tecniche matematiche, è in grado di risolvere quello che è senza dubbio il problema principale degli studenti che si preparano agli esami di maturità: lo studio delle funzioni.

Questo programma permette lo studio completo di linee rappresentabili mediante equazioni razionali. Può sembrare limitativo, ma occorre tenere presente che questo tipo di funzioni è il solo per cui esistano metodi rivolti a una ri-



Tavola 2.

Schema illustrativo di tutte le funzioni disponibili con a fianco il tasto corrispondente e (quando si rende necessario) una succinta spiegazione del significato di ogni scritta e degli eventuali parametri necessari.

- **Tasto A**: corrisponde al logaritmo in base dieci
- **Tasto B**: corrisponde alla cotangente, funzione trigonometrica corrispondente al reciproco della tangente
- **Tasto C**: corrisponde all'arcoseno inteso come funzione inversa della funzione trigonometrica seno
- **Tasto D**: corrisponde alla funzione arco-coseno inteso come funzione inversa della funzione trigonometrica coseno
- **Tasto E**: corrisponde alla funzione arco-cotangente, cioè la funzione inversa della funzione trigonometrica cotangente
- **Tasto F**: corrisponde alla funzione seno iperbolico equivalente all'espressione (exp(x)-exp(-x))/2. Queste funzioni sono dette iperboliche perché contengono l'esponenziale e il loro nome che ricorda le trigonometriche, è dovuto ad alcune analogie di proprietà con queste ultime
- **Tasto G**: corrisponde alla funzione coseno iperbolico equivalente all'espressione (exp(x)+exp(-x))/2
- **Tasto H**: corrisponde alla funzione tangente iperbolica e rappresenta il rapporto tra il seno iperbolico e il coseno iperbolico
- **Tasto I:** corrisponde alla funzione cotangente iperbolica ed è il reciproco della tangente, cioè coseno iperbolico fratto seno iperbolico
- **Tasto J**: corrisponde al valore pi greco cioè 3.141592654
- **Tasto K**: equivale alla funzione segno. Questa funzione vale 1 se l'argomento è positivo, -1 se è negativo e non è definita se l'argomento è nullo
- **Tasto L**: corrisponde alla funzione settore seno iperbolico ed è la funzione inversa del seno iperbolico
- **Tasto M**: corrisponde alla funzione settore coseno iperbolico e rappresenta la funzione inversa del coseno iperbolico
- **Tasto N**: corrisponde alla funzione settore tangente iperbolica ed è la funzione inversa della tangente iperbolica
- **Tasto O**: corrisponde alla funzione settore cotangente iperbolica e rappresenta la funzione inversa della cotangente iperbolica
- **Tasto P**: corrisponde al logaritmo in base qualunque diversa da dieci: dopo aver premuto P occorre digitare il valore della base, che deve essere un numero di una sola cifra maggiore di zero e diverso da uno. Se per il vostro calcolo necessitate di una base con caratteristiche differenti dovete ricorrere alla trasformazione dei logaritmi in una delle basi utilizzabili
- **Tasto Q**: corrisponde alla radice quadrata dell'argomento
- **Tasto R**: corrisponde al logaritmo neperiano o in base "e"
- **Tasto S:** corrisponde alla funzione trigonometrica seno
- **Tasto T**: corrisponde alla funzione trigonometrica coseno
- **Tasto U**: corrisponde alla funzione trigonometrica tangente
- **Tasto V**: corrisponde alla funzione arcotangente, cioè alla funzione inversa della trigonometrica tangente
- **Tasto W**: corrisponde alla funzione esponenziale, cioè alla potenza in base "e"
- **Tasto Z**: corrisponde alla funzione valore assoluto cioè vale il modulo dell'argomento senza segno

cerca globale delle radici, atti, cioè in generale a fornire una distribuzione complessiva delle soluzioni. In ogni caso sono le uniche funzioni in cui la ricerca delle radici può essere eseguita in modo sistematico, perché nel caso di funzioni trascendenti (come vedrete nell'articolo a queste dedicato) tale operazione può essere condotta solo in base a specifiche proprietà della f(x) o meglio in base a informazioni piuttosto particolari su tale funzione.

Anticipando un po' quanto verrà trattato in seguito, occorre specificare subito che questo prodotto software è molto sofisticato sia dal punto di vista operativo sia dal punto di vista matematico.

Per questioni di spazio e di complessità di nozioni si è preferito evitare ogni riferimento teorico e pratico, in quanto sarebbe realmente impossibile quanto inutile dare una spiegazione accettabile in poche righe. Per rendersi conto di ciò è sufficiente dare un'occhiata al listato (facilmente ottenibile) per capire che non è materialmente possibile un'illustrazione dettagliata di esso. Facendo riferimento a un ottimo testo di Calcolo Numerico, e disponendo di tanta pazienza, potrete studiare questo programma cercando di capire la logica di implementazione, ma tenete presente che non è assolutamente necessario tanto lavoro per sfruttare questo software.

Il programma è stato realizzato in modo che ogni singola routine possa essere utilizzata separatamente rispetto alle altre: ciò rende possibile, per esempio, il calcolo dei punti di flesso senza fare necessariamente tutto lo studio. Per quanto riguarda l'inserimento dati basterà seguire le indicazioni che via via vi verranno fornite dalla macchina: il programma è molto chiaro e non permette nessuna ambiguità.

Vi potrebbe capitare che, dopo aver inserito un dato, vorreste correggerlo: in questo caso dovrete digitare tutti i coefficienti mancanti e, alla fine, chiedere la correzione. A questo punto, invece di digitare ancora tutti i coefficienti, premete Return al posto di quelli corretti (e li vedrete apparire) e correggete solo quello sbagliato.

L'unica routine che deve essere sempre eseguita è quella relativa alla ricerca dell'insieme di definizione, in quanto questa fornisce al computer utili indicazioni sui valori che non deve trattare. La mancata osservazione di questa regola vi verrà tempestivamente segnalata. Tutte le routine del programma possono essere utilizzate quante volte e nell'ordine che volete.

Fate attenzione agli schermi proposti: se non è suggerito il tasto da premere per svolgere una qualche funzione, significa che il calcolatore sta svolgendo calcoli, e perciò evitate di digitare qualsiasi comando, in quanto verrebbe eseguito in seguito, annullando magari il risultato ottenuto. Un consiglio molto utile è quello di trascrivere sempre i risultati forniti dalla macchina e, nel caso che questi vengano richiesti dal programma, di inserirli nello stesso formato con il quale sono stati copiati. Per facilitare questa operazione, per chi possiede una stampante, è stato predisposto che alla pressione di Ctrl P si ottenga la trascrizione su carta della videata presente.

La parte più spettacolare dell'intero programma è senza dubbio il grafico: una volta selezionata la routine relativa ci sarà subito una piccola pausa per permettere al calcolatore di costruirsi la funzione in un modo più comodo per eseguire i calcoli. Successivamente si introducono gli estremi di interesse, e si attende il grafico.

La lunga attesa è dovuta al fatto che il programma deve calcolare un fattore di scala opportuno per poter rappresentare tutta la funzione sullo schermo, in modo da evitare all'utente di ottenere un grafico incompleto e di dover reimpostare gli estremi delle ordinate.

Il risultato finale compensa pienamente questa non eccessiva perdita di tempo. Il grafico è puramente indicativo e pur essendo rigidamente in scala non è possibile leggervi sopra alcun valore, anche perché sarà il programma a fornirvi tutti i dati di cui avete bisogno.

Dal grafico si può però capire se i punti trovati nella soluzione di $f'(x)=0$ e $f''(x)=0$ sono massimi, minimi, flessi a tangente orizzontale, eccetera, ed esso è quindi molto utile per verificare calcoli già effettuati. Fate attenzione agli estremi dell'intervallo delle ascisse per il disegno del grafico: il programma è protetto per quanto riguarda i punti di discontinuità ma non per errori di overflow che rischierebbero di non farvi vedere assolutamente nulla. Non inserite perciò ascisse troppo elevate che potrebbero portare il valore della funzione a un numero che il computer non può elaborare.

Funzioni trascendenti

Già in precedenza ci siamo occupati di questo problema riuscendo anche a risolverlo nel caso di funzioni razionali intere o fratte, in sostanza di polinomi. Però queste non rappresentano che una minima parte dell'infinita gamma delle funzioni che si possono costruire, a partire dalle esponenziali, per andare alle logaritmiche, alle iperboliche, alle trigonometriche. Questo problema affligge costantemente



gli studenti, siano universitari o liceali. Quando si chiede di determinare il punto di incontro tra due curve o il valore che minimizza o massimizza una determinata quantità al variare di un'altra.

Con questo programma non pretendiamo però di avere risolto tutti i problemi, il prodotto è valido solo entro alcune limitazioni che, pur non facendo perdere di generalità il lavoro, lo limitano in alcune circostanze. Vedrete però che, una volta impratichiti sulle tecniche di utilizzo di questo programma, avrete non pochi aiuti in caso di necessità e vi stupirete di quante cose potrete imparare dal vostro C64.

Vediamo ora di scendere un po' più in dettaglio al programma; vi preghiamo di prestare molta attenzione alle spiegazioni perché, pur essendo un programma di facile utilizzo, si potrebbe correre il rischio di non sfruttare appieno le potenzialità di questo lavoro.

• Prima opzione

La prima delle opzioni a vostra disposizione è già di per sé stessa una novità: Introduzione Funzione, pur essendo simile a altre routine utilizzate in precedenza in altri programmi, presenta alcune interessanti possibilità. Infatti, tramite semplici accorgimenti, potete digitare qualsiasi funzione voi conosciate e anche qualcuna di più. Infatti a ogni tasto corrisponde una precisa funzione: per digitare, per esempio, la parola seno dovrete premere soltanto la s, e non tutta la parola. Apparentemente la soluzione adottata non sembra un gran che, ma se date un'occhiata alla **tavola 2**, vi renderete conto di quante funzioni avrete la possibilità di studiare. La limitazione alla lunghezza della funzione inserita viene indicata dal computer, ma vedrete che raramente avrete occasione di imbattervi in questo inconveniente. Tutti gli argomenti delle funzioni trattate devono essere tra parentesi; per quanto riguarda i coefficienti numerici non ci sono limitazioni.

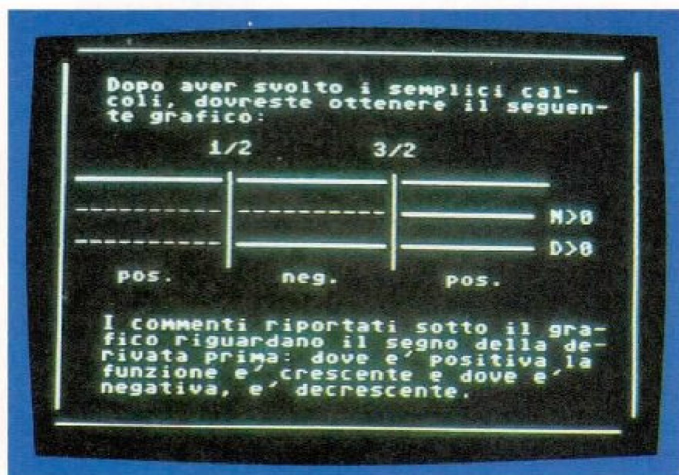


Figura 4. Gli eserciziari hanno una struttura a pagine, e possono essere consultati premendo Return e alcuni tasti funzione

In ogni caso, subito dopo aver inserito la funzione, il programma controllerà la validità dell'espressione (da un punto di vista matematico) e vi segnalerà per la correzione gli eventuali errori. La correzione viene effettuata tramite il tasto Delete.

• Seconda opzione

La seconda opzione disponibile da menù vi permette di calcolare i valori della funzione analizzata in un determinato punto il cui valore in ascissa deve essere inserito.

• Terza opzione

Arriviamo così all'opzione regina, cioè al disegno della funzione. Per poter svolgere questa routine dovete introdurre i limiti in ascisse e ordinate dello spazio cartesiano che volete rappresentato sul video, nel caso la scelta non soddisfi le vostre esigenze, potete sempre ridisegnare il tutto. Una volta terminato il grafico (si colora il bordo di bianco fino a quando l'operazione non è terminata) mediante il tasto F3 otterrete un mirino con il quale potete testare tutto lo schermo: per muovervi potete usare i tasti cursore per una regolazione fine e i tasti Z e X (anche shiftati) per un movimento più rapido. Tramite F7 potete visualizzare i valori del punto mirato e con F5 potete cancellare il mirino. Con la pressione del tasto F8 ritornate al menù. Con l'opzione quattro, infine, dato un intervallo in cui cade una radice dell'equazione inserita (punto d'incontro con l'asse x), il computer vi darà il valore preciso in cui la curva interseca l'asse delle ascisse.

Modo d'uso

Supponiamo di dover effettuare lo studio di una funzione: occorrerà inserirla e poi calcolare a parte il campo di esistenza, indispensabile per evitare errori che potrebbero comportare noiose perdite di tempo. A questo punto supponiamo di dover risolvere f(x)=0. Possiamo allora disegnare la funzione e cercare visivamente i punti di intersezione; tramite il mirino otteniamo gli intervalli dove tali punti cadono. Non è importante che l'intervallo sia piccolo, ma deve contenere una sola soluzione. Con l'opzione quattro otteniamo tali valori. È chiaro che disegnando la funzione nell'intorno di infinito (cioè con numeri piuttosto grandi) si ottiene un dato abbastanza significativo sull'andamento dei limiti. Se ora volete ragguagli sulla derivata prima e seconda, potete inserire tali funzioni e studiarle come avete fatto per la f(x). L'ultima osservazione (la più importante), è che per favorire la velocità di elaborazione e per darvi un programma sempre affidabile, non ci sono controlli sugli errori di calcolo, quindi sia nel disegno della funzione, sia nel calcolo delle ordinate, dovete tassativamente fornire intervalli in cui non esistano punti di discontinuità (estremi inclusi). Ecco perché è utile calcolarsi il campo di esistenza prima di lavorare. Questo programma è adatto a qualsiasi studente di una scuola secondaria superiore (che troverà tutto quanto gli serve) ma può essere utilmente sfruttato anche da studenti universitari impegnati in esami di analisi ma-





tematica, in quanto, data la vastità delle funzioni studiabili, risulta un'ottima fonte di esercizi.

Calcolo integrale

Il calcolo integrale può essere associato a due operazioni, le quali, nel linguaggio del calcolo infinitesimale, vengono denominate integrazione definita e integrazione indefinita. Esse sono legate alla soluzione di due problemi storicamente ben distinti.
Il primo di questi, affrontato già nella matematica greca, consiste nel calcolo dell'area di una figura piana o del volume di un solido: celebri sono i risultati di Archimede sull'area del cerchio e sul volume della sfera.

Il secondo problema è invece strettamente legato (e contemporaneo) all'invenzione del calcolo differenziale. Consiste nella ricerca delle funzioni primitive di una data funzione f(x), cioè di quelle funzioni F(x) che ammettono f(x) come derivata: l'integrazione indefinita è dunque l'operazione inversa della derivazione. Definire una siffatta primitiva equivale, dal punto di vista della geometria, a costruire, nel piano (x,y) una linea della quale per qualsiasi x sia assegnato il coefficiente angolare della tangente. Dal punto di vista della meccanica, si tratta di determinare la legge del moto di un punto, del quale sia nota, in ogni istante la velocità.

Il programma che vi presentiamo è dedicato a quello che è di gran lunga il più interessante dei due problemi, almeno a scopi pratici, e cioè l'integrale definito nonché il calcolo di aree.

Per quanto riguarda la prima opzione (Introduzione, Funzione) occorre fare attenzione alla sintassi con cui si scrive l'equazione: infatti la macchina controlla prima di dare l'Ok e se la funzione non è eseguibile, avverte l'operatore. Non possono essere caricate più di quattro funzioni separatamente: le funzioni x=k vengono inserite solo nell'opzione Sviluppo di Aree. La seconda routine è completamente automatica e non necessita spiegazioni.

L'opzione tre è più complessa: dovete fornire gli estremi sia per le ascisse sia per le ordinate, e successivamente dovete indicare quale funzione volete rappresentata. Fino a quando il bordo rimane di colore bianco, significa che il computer sta disegnando, e perciò non accetterà ulteriori comandi. Quando il bordo tornerà nero avrete a disposizione i comandi elencati in **tavola 3.** Tenete presente che la configurazione tasti è simmetrica quindi è facile trovare i comandi.

Premendo il tasto F7 otterrete ascissa e ordinata del punto mirato (solo in modo mirino) mentre con F5 otterrete di colorare l'area in cui è compreso il mirino. Potrete colorare anche più aree, poi con F7, dopo un certo tempo, avrete il valore numerico delle aree colorate. Occorre precisare che il valore ottenuto è puramente indicativo, in quanto per rendere il procedimento accettabile dal punto di vista del tempo, abbiamo dovuto sacrificare la precisione. In ogni caso, se vengono opportunamente ingrandite le aree da calcolare, si può arrivare anche ad un grado di precisione inferiore allo 0.1 per cento.

Esercizi vari

Sulla facciata B del disco di *TuttoCommodore* 27 abbiamo situato l'eserciziario elettronico, che risulta essere un ottimo compendio pratico di problemi-tipo, dove sono indicate alcune tecniche di soluzione per svariati esercizi. Si è ritenuto opportuno affiancare a programmi che permettono una soluzione di problemi qualche esercizio che, oltre a mettere in mostra come materialmente si opera con i teoremi visti a lezione, pone ancor più in evidenza i programmi sulla facciata A del disco e il modo in cui possono essere utilizzati.

Troverete molto spesso, nello sfogliare le pagine di esercizi, richiami alla teoria: vi consigliamo, qualora non abbiate ben chiaro l'argomento, di ripassare la materia in quanto, a volte, i richiami sono di argomenti molto specifici che possono, con una lettura superficiale, passare inosservati.

Inoltre molti passaggi sono stati saltati proprio per indurvi a controllare da voi stessi tutti i risultati, applicandovi alla ricerca di una metodologia di sviluppo.

In pratica in molti esercizi è solo fornita una traccia da seguire, che cerca di andare oltre il singolo problema per fornire concetti e problematiche di carattere più generale. Di questa serie fanno parte i moduli sulla directory del disco (Load"$",8 + List) chiamati Circonferenza, Parabola, Trigonometria, Funzioni 1, Funzioni 2 e Integrali, lanciabili mediante le opzioni che vedremo in seguito e che compaiono nell'Indice Esercizi.

I programmi Esercizi e Analisi sono invece dedicati a una specie di test sul calcolo integrale e sono trattati come un argomento a parte. In ogni caso essi fanno parte di programmi applicativi, e quindi da menù li potrete selezionare solo spostandovi prima sull'opzione Esercizi Vari, e poi utilizzando la voce Test Integrali dal sottoindice che vi verrà presentato. Il criterio seguito per lo scor-

rimento delle pagine dell'eserciziario è più o meno simile per tutti, ma, a seconda del tipo di esercizio, ci sono specifiche diverse, per esempio per i richiami alle pagine grafiche.

Geometria Analitica

Selezionando la prima opzione dell'Indice Esercizi è possibile scegliere fra due tipi di problemi:

1) Circonferenza: come dice il titolo, si tratta di esercizi dedicati alla circonferenza, o meglio di un solo esercizio diviso in diversi punti. Per sfogliare le pagine, il cui indice è progressivo e non permette di tornare indietro, dovete premere il tasto Return. Ogni qual volta avrete bisogno del grafico, potete premere F1.

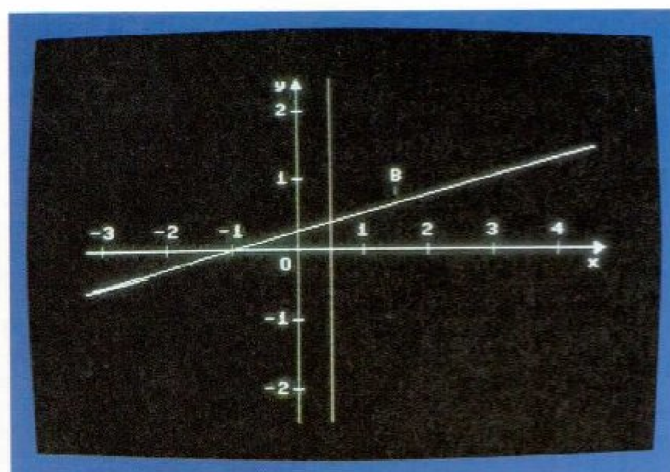
Il programma è stato strutturato tenendo presente che, nella risoluzione di un problema, si inizia a disegnare tutto ciò che viene indicato nel testo, poi si svolgono i conti e, in seguito, si disegna tutto ciò che si trova come risultato. Infatti è previsto il tasto F5 per aggiornare il grafico al punto in cui siete con l'esercizio. Inoltre con il tasto F8 potete tornare in modo testo; il passaggio in modo grafico potete farlo quando e quante volte occorre.

In pratica quindi, dopo la lettura del testo, premete F1 e il quadro sarà sgombro. Con F5 potrete disegnare la situazione iniziale e studiare l'esercizio. Poi tornate in modo testo e iniziate a svolgere i conti: trovata l'equazione della prima circonferenza, premete F1 e troverete il grafico come l'avete lasciato l'ultima volta; con F5 l'aggiornate. In pratica è come se foste voi a disegnare, solo che lo fate tramite la macchina.

2) Parabola: il procedimento da seguire è lo stesso visto in precedenza con gli stessi tasti e le stesse funzioni.

• Trigonometria

Anche qui con il tasto Return si sfogliano le varie pa-



gine ma, contrariamente a come si opera a proposito della geometria analitica, qui il disegno si esegue una sola volta prima di iniziare i calcoli, in quanto la situazione grafica serve come traccia per individuare la soluzione. Premendo F1 potrete accedere al disegno quando volete e premendo di nuovo F1 tornate in modo testo: utilizzate questa procedura ogni volta che c'è un richiamo al problema in modo da non perdere di vista la soluzione.

• Funzioni razionali

Sono qui riportati due studi di funzioni razionali e algebriche: per sfogliare le pagine dovete premere Return. Il grafico qui appare solo alla fine dello studio e quindi vi verrà fornito come una pagina qualsiasi.

• Funzioni trascendenti

Si passa qui alle funzioni trascendenti: la metodologia è come quella del punto precedente.

• Calcolo integrale

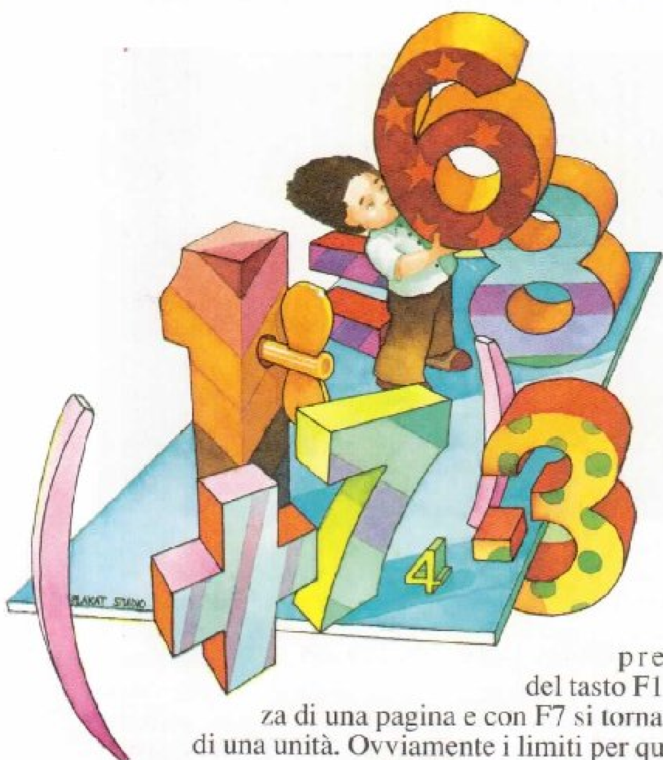
In questa fase sono trattati esercizi in cui la teoria ha un ruolo determinante e tutte le pagine sono grafiche, dati i richiami alle pagine precedenti o successive, si è pensato di fornire un indice che si muova nei due sensi. Così,

Tavola 3.

Elenco dei comandi del programma Calcolo integrale

- **F1** disegna un'altra curva o ridisegna le curve se avete cambiato gli estremi delle ascisse o delle ordinate
- **F2** variazione ascisse: se non volete cambiarle premete Return F3 e impostate il modo mirino
- **F4** variazione ordinate: come per F2
- **F5** disegna rette del tipo x=k: non ci sono limitazioni
- **F6** ritorna a menù senza cancellare le funzioni già inserite
- **F7** esegue i calcoli valutando il valore dell'area colorata
- **F8** cancella lo schermo e predispone la macchina a un nuovo grafico senza variare gli estremi

Quando impostate il modo mirino potete spostarvi sullo schermo con due velocità: con i tasti cursore a velocità normale, e con i tasti "Z" e "X" a velocità superiore



con la pressione del tasto F1 si avanza di una pagina e con F7 si torna indietro di una unità. Ovviamente i limiti per questi due comandi sono quelli dell'esercizio, concluso il quale si torna al menù principale.

• Test integrali

Abbiamo già visto, nella parte dedicata al calcolo integrale, che cosa si intenda per integrale indefinito. Si tratta in pratica di definire una funzione che, derivata una volta nella variabile x, fornisca l'equazione della funzione integranda. In definitiva, si tratta di fare il ragionamento opposto rispetto a quello che fate per calcolare la derivata di una funzione e proprio da una approfondita conoscenza del calcolo differenziale deriva una buona attitudine alla soluzione degli integrali; questa attitudine deve però essere coltivata. Il miglior modo per farlo è eseguire un gran numero d'esercizi.

Proprio a tal fine è nato questo programma: si tratta in pratica di un test in cui il candidato predetermina sia il numero degli esercizi sia la durata della prova, e in cui alla fine ha la possibilità di verificare l'esattezza o meno dei suoi calcoli. Come livello di difficoltà è un lavoro destinato agli studenti delle scuole medie superiori, ma per la vastità degli argomenti trattati, ben si presta come ripasso di tutte le principali tecniche di soluzione, e anche per studenti impegnati in esami di Analisi del primo livello. Per prima cosa, dopo aver caricato il programma, dovete programmare il numero degli esercizi e il tempo che pensate di impiegare nella risoluzione, queste due condizioni sono prioritarie e non vi sarà possibile svolgerne altre fino a che non avrete esaurito le richieste della macchina. Tenete presente che non è possibile interrompere una prova durante il suo svolgimento, in quanto ciò comporterebbe la perdita del programma in memoria: fate attenzione quindi a non esagerare con gli esercizi.

Le vostre soluzioni, non appena sono state inserite, vengono memorizzate su memoria di massa, e a tal fine vi viene chiesto in anticipo se volete utilizzare il disco o il nastro: trattandosi di un programma costruito per una gestione su disco, forse la richiesta potrebbe sembrare inutile, ma per completezza l'abbiamo inserita: infatti aumenta la compatibilità con chi non possiede l'unità a dischi. Per la ricerca degli esercizi il computer pesca da una banca dati di oltre 100 esercizi, perciò dovrete lavorare parecchio prima di vederli tutti.

Una volta esaurito il test dovrete chiamare la routine di analisi che vi fornirà l'esatta soluzione, la vostra (per effettuare un confronto), e infine un riscontro cronometrico con il quale potrete verificare la vostra rapidità.

Il tempo che impiega il calcolatore per memorizzare è quello da voi realmente impiegato nella soluzione, cioè è escluso il tempo occorrente per l'introduzione della funzione; esso quindi è un valido parametro per la vostra autovalutazione.

Per vostra comodità abbiamo eseguito un sondaggio con un campione significativo di ragazzi appartenenti a scuole diverse: il risultato è che il tempo medio per un ragazzo delle superiori alla fine del corso è di circa 200 secondi, mentre per un universitario "sotto esame" è di 150 secondi per ogni esercizio.

Gli esercizi sono scelti in modo casuale, ma può succedere di incontrare di nuovo un esercizio già risolto in un precedente test: in questo caso vi invitiamo a non copiare la soluzione trovata in precedenza, ma a risolvere nuovamente l'esercizio posto come se non l'aveste mai visto. Solo in questo modo potrete acquisire quella padronanza necessaria nella risoluzione degli esercizi e ottenere risultati ottimi anche in poco tempo.

Un altro utile consiglio è quello di non lasciarsi prendere dalla fretta di risolvere gli esercizi entro il tempo prefissato, in quanto se andate oltre il tempo consentito, il programma vi permette di concludere comunque l'esercizio, e poi è meglio un minuto in più e un esercizio giusto piuttosto che il contrario.

In fase di correzione, nella stringa corrispondente alla soluzione del computer vedrete la stringa Fnas: questa corrisponde all'arcoseno, unica funzione tra quelle che il Commodore non contempla, utilizzata in questo programma. Ricordatevi però che in fase di input per introdurre l'arcoseno dovete comunque digitare Arcsin perché ogni altra stringa non sarà accettata. Tutte le altre funzioni sono quelle del C64 e non ne occorrono altre. Se nell'introduzione della soluzione doveste oltrepassare il limite delle 70 colonne significherebbe che avete sbagliato o che dovete operare una semplificazione, infatti questo tetto è scelto in modo che non dobbiate superarlo.

Con questo programma avete un valido strumento per iniziare ad allenarvi nel calcolo integrale, anche se non è stato possibile aggiungere l'opzione per visualizzare tutti i passaggi intermedi che conducono alla soluzione.

Nonostante questo, il software ha avuto un buon riscontro presso gli studenti che hanno già potuto provarlo, e che ritengono di averne avuto grandi benefici.

Alberto Palazzo

ARRETRATI *Tutto*COMMODORE

N. 19 - Dicembre 88/Gennaio 89 - Lire 13.000 - CALENDARIO

Un'idea per ogni giorno. Eccovi uno stupendo programma grafico per creare il vostro calendario: personale e personalizzato. Ogni giorno un appunto prezioso, un disegno appropriato, un codice segreto.
Giochi in vetrina. Uno sguardo alle novità nel mercato del software ricreativo. In circolazione ci sono alcuni programmi interessanti, alcuni che hanno fatto la loro apparizione nelle sale giochi, altri creati appositamente per Commodore ma non per questo meno divertenti.

N. 20 - Febbraio 89 - Lire 13.000 - GESTIONALE

Word Processor. Un potente word processor telematico per la trasmissione di testi via modem e per la gestione di files generati da altri programmi di videoscrittura.
Archivio. Un programma che crea un nuovo ambiente di lavoro ampliando le funzioni del Basic 2.0, gestione di archivio di files e vari moduli per automatizzarne le funzioni principali.

N. 21 - Marzo 89 - Lire 13.000 - STAMPANTE

L'arte della pianificazione. Gestione di 2.000 celle contemporaneamente, un set completo di funzioni di editing, tutte le operazioni algebriche e tutte le formule più evolute, un sofisticato generatore di tabelle e rapporti e un convertitore di files, sono le caratteristiche più salienti di Generator.
Per sempre sulla carta! Un programma per creare, sullo schermo Hi-Res, immagini, messaggi, cartoline, biglietti da visita o altro e trasferirli su carta in un formato appariscente. Inoltre un ricchissimo archivio di immagini già fatte per voi.

N. 22 - Aprile 89 - Lire 13.000 - GIOCHI

Esaurito

N. 23 - Maggio 89 - Lire 13.000 - DRIVE

Directory come vuoi. TuttoCommodore di questo mese è caratterizzato da programmi di utilità per il drive 1541: il primo programma che incontriamo si chiama Dirmagic ed è il più potente manipolatore di directory che sia mai stato prodotto.
Da zero a quaranta con il turbo. I tre programmi che illustriamo hanno funzioni complatamente differenti pur essendo strumenti utilissimi per chi ama dare un tocco di professionalità al proprio hobby informatico.
Come gli altri non possono. Power 41 è un'utility che consente manipolazioni del floppy veramente stupefacenti . Potete scovare errori fra le tracce e i settori speciali, proteggere i dischi e leggerli in luoghi dove nessuno li ha mai letti prima!
Statura: 225. Un gigante! Vi è mai capitato di dover trasferire da un disco a un altro un file lungo 225 blocchi, rimanendo tristemente delusi e sconfitti dopo il fallimento di tutti i vostri tentativi?

N° 24 - Giugno 89 Lire 13.000 - FUMETTI

La fabbrica dei fumetti. "Comics Factory" è il nome di un programma grafico veramente simpatico. Vi permette di realizzare disegni e fumetti sfruttando il ricchissimo archivio di immagini di cui dispone oppure di immagini create con altri programmi grafici, stampando il tutto in moltissimi formati, compreso il poster gigante.
Pixel su pixel. E' un programma grafico che permette di inventare sfondi, immagini e oggetti personalizzati.. E' un accessorio indispensabile per lavorare con Comics Factory. L'uso di questo programma è decisamente intuitivo e consente a chiunque, utilizzando semplicemente il joystick, di creare qualsiasi grafico a colori.

N° 25 - Luglio/Agosto 1989 Lire 13.000 - UFFICIO

Fatturazione automatica Questo mese Tuttocommodore si mette al servizio di tutti coloro che, esercitando una libera professione, devono emettere in continuazione fatture. Il vantaggio è assoluto per chi compila fatture per una clientela fissa.
Un database per tutti, tutto in un database Un database di facile impostazione, rapido uso e grande potenza? Un archivio dati di qualsisi genere di immediata consultazione? Una stampa chiara e compatta dei dati o gruppi di essi? Se questi sono i vostri desideri, Archiwin è al vostro servizio.

N° 26 - Settembre 1989 Lire 13.000 - VIDEO

199 font per presentare Presentare bene un programma significa, spesso, aumentare la sua apprezzabilità di un buon 30%. Il programma che pubblichiamo genera sia presentazioni autonome per illustrare argomenti generici sia loader/introduzione per altri programmi. L'incredibile elasticità del programma, inoltre, rende le vostre presentazioni assolutamente personalizzate.
Videotitoli professionali
Il programma che avete sempre desiderato è ora nelle vostre mani! Scroll-Up è quello che ci vuole per titolare i vostri video-nastri con caratteri in doppia grandezza e in scorrimento fluido dal basso verso l'alto. Inoltre avete a disposizione ben 10 font di caratteri per ogni tipo di esigenza.

N° 27 - Ottobre 1989 Lire 13.000 - MATEMATICA

W la matematica! Malgrado le modeste potenzialità matematiche del C64, questo mese, siamo in grado di offrirvi 14 programmi specifici per risolvere i vostri problemi argomenti strettamente matematici data la sua scarsa disponibilità di istruzioni specifiche e efficienti, le sue capacità grafiche offrono la possibilità di rappresentare grafici e formule in modo chiaro. I programmi matematici di questo numero sono i migliori mai scritti per Commodore 64 e sono decisamente imperdibili per tutti gli studenti.

Nel Prossimo Numero:

Messaggi Animati Ed ecco che il computer apre nuovi orizzonti nel campo della comunicazione. Non si tratta di un nuovo sistema telematico, non di un rivoluzionario software grafico e nemmeno di un Word Processor, ma...

Tagliando richiesta arretrati

Per ricevere a casa, senza aggravio di spese postali, l'arretrato o gli arretrati che ti interessano, compila e spedisci subito questo tagliando in busta chiusa a:

TuttoCommodore - Gruppo Editoriale JCE via Ferri 6 - 20092 Cinisello Balsamo (MI)

Sì! Inviatemi i seguenti numeri arretrati di TuttoCommodore:

N° ....

Cognome .... Nome ....

Via .... n° ....

Cap .... Città .... Prov ....

❑ Allego ricevuta di versamento di L. ....
sul conto corrente postale n. 351205 intestato a:
Gruppo Editoriale JCE - via Ferri 6 - 20092 Cinisello Balsamo (MI)

❑ Allego assegno di L. ....
non trasferibile intestato a Gruppo Editoriale JCE

Data .... Firma ....

FAI RISOLVERE
I TUOI
PROBLEMI AL
C64

14
PROGRAMMI
PER STUDIARE
MEGLIO